Karlstads universitet
Matematik

**TENTAMEN I MATEMATIK , ANALYS B1 , 5 poäng , för MAB 200, 103, 104, 412, 505 .
2004 – 11 – 27 , kl. 09.00 – 14.00 .**

Hjälpmedel:	Bifogad formelsamling, miniräknare.	Maxpoäng: 24 p
Ansvariga lärare:	Bengt Alm , Sorina Barza	Godkänd: 12 p

**Obs: Symbolhanterande räknare är ej tillåtna, d.v.s. de får inte kunna användas för att omforma algebraiska uttryck och inte innehålla *Derive* eller andra jämförbara program.
Redovisade lösningar får ej hänvisa till uppgifter som fåtts från räknare såsom färdiga integralberäkningar, extremvärdesbestämningar, ekvationslösningar, etc.**

1. a) Avgör om gränsvärdet $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x^2 y}{x^4+y^2}$ existerar , och om så är fallet beräkna detta gränsvärde. (1.5p)

   b) Låt $w(x,y,z)=e^{x+2y+z^2}$ och $x(r,s,t)=r^2-s-t$, $y(r,s)=s-\sqrt{s+r^3}$, $z(r,s,t)=s+\sin(rst)$.
   Använd kedjeregeln för att beräkna $\dfrac{\partial w}{\partial t}$ för $r=2$, $s=1$, $t=0$. (1.5p)

2. Låt funktionen $f(x,y)=y\,e^{x(x-2y)}$ vara given .
   a) Beräkna riktningsderivatan till funktionen $f(x,y)$ i punkten $(x,y)=(2,1)$ och riktningen $2\mathbf{i}+\mathbf{j}$. (1.5 p)
   b) Bestäm ekvationen för tangentplanet till ytan $z=f(x,y)$ i punkten $(x,y,z)=(2,1,1)$. (0.5p)

3. Beräkna $\int_C \mathbf{F}\bullet d\mathbf{r}$, då $\mathbf{F}= yz\,\mathbf{i} + xz\,\mathbf{j} + xy\,\mathbf{k}$
   och C är linjen från origo till punkten $(2,-1,-3)$. (2 p)

4. Bestäm konstanterna a och b , med tre signifikanta siffror, så att exponentialfunktion $y=a\cdot e^{bx}$ i minstakvadratmetodens mening
   bäst approximerar följande värden : (2 p)

x	1	2	3	4	5
y	1.80	2.85	4.20	6.35	9.80

5. Beräkna $\iint_D (x^2-y^2)\,e^{x^2+y^2}\,dxdy$, där $D=\left\{(x,y): 1\le x^2+y^2\le 4 \ , \ 0\le y\le x\right\}$ (3 p)

6. Bestäm det största och minsta värdet som funktionen $f(x,y)=(x-y)e^{-x+y^2}$ antar på området $0\le y\le\sqrt{x}$, $0\le x\le 4$. (3 p)

7. a) Beräkna volymen av den kropp som innesluts av $z=16-x^2-2y^2$ och $z=3x^2+2y^2$. (2 p)

   b) Beräkna arean av den del av ytan $z=16-x^2-2y^2$ som ligger innanför den elliptiska cylindern $x^2+4y^2=4$. (2 p)

8. Bestäm de punkter (x,y,z) på ytan $z=x^2-2x+y^3-1$ i vilka tangentplanet är vinkelrätt mot linjen genom origo och punkten $(4,3,-1)$. (2 p)

9. Beräkna $\int_C \mathbf{F}\bullet d\mathbf{r}$, då $\mathbf{F}(x,y,z) = (\,2xy+z\cos(xz)\,,\ x^2+z\ ,\ y+x\cos(xz)\,)$ och
   C ges av parametriseringen $\mathbf{r}(t)=(\cos t\,,\sin t\,,t)$ där $0\le t\le\dfrac{2\pi}{3}$. (3 p)