Tentamen i Analys B1, 5 poäng, förMAB104, 201, MAB505.
Må. **2005-10-31, kl. 14.00-19.00 på Kau.**
Ansvarig lärare: **Ilie Barza**, 700 2595, **Viktor Kolyada**, 700 2324.
Hjälpmedel: Skrivdon.
Maximal poäng: 24p. Godkänd:12p
(**MOTIVERA DINA LÖSNINGAR NOGGRANT !**)

Problem 1:

Hur kan funktionen $f : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \to \mathbb{R}$ given av (3p)

$$f(x,y) = \frac{x^2+y^2-x^2y^3}{x^2+y^2}, \quad (x,y) \neq (0,0),$$

vara förlängd till origo så att den nya funktionen $\widetilde{f} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ blir kontinuerlig i hella planet $\mathbb{R}^2$.

Med andra ord, bestäm en funktion $\widetilde{f} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ som är kontinuerlig och som uppfyller villkoret:

$$\widetilde{f}(x,y) = f(x,y) \text{ för alla } (x,y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}.$$

Problem 2:

Antag att funktionen $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ är harmonisk, dvs att f har partiella derivator av ordning 2 , dessa är kontinuerliga och $\Delta f := \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$ i alla punkterna. (3p)

Låt oss betrakta funktionen $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definierad genom

$$F(r,s) := f(r^2 - s^2, 2rs),$$

för alla $(r,s) \in \mathbb{R}^2$.

Beräkna $\Delta F := \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial s^2}$.

Problem 3:

Ekvationen $F(x,y,z) := xy^3 - y + z = 0$ definierar runt punkten $(4,1,-3)$ y som funktion av x och z, $y = y(x,z)$.(Varför ?). (3p)

Punkten $(4,1,-3)$ ligger på grafen av funktionen $y = y(x,z)$.

Skriv ekvationen för tangentplanet till grafen av y i denna punkt.

Problem 4:

Bestäm det största och det minsta värdena av funktionen f given av (3p)

$f(x,y,z) = x$ när punkten (x,y,z) ligger på kurvan som är snittet av ellipsoiden $x^2 + 2y^2 + 2z^2 = 8$ med planet $z = x + y$.

Problem 5:
Beräkna (3p)

$$\iiint_G (x+z)dx\, dy\, dz$$

där G är området definierat genom olikheterna:

$$x^2+y^2+z^2 \leq R^2 \text{ och } z \leq \sqrt{x^2+y^2}.$$

Problem 6:
Beräkna ytintegralen (3p)

$$\iint_S (x+y+2z)d\sigma$$

där S är hela ytan som är randen av tetraedern given av olikheterna:

$$x+y+z \leq 1,\ x \geq 0,\ y \geq 0, z \geq 0.$$

Problem 7:
Beräkna med hjälp av ett lämpligt variabelbyte integralen: (3p)

$$\iint_D \frac{1}{x^2y^2} dx\, dy,$$

där D är området begränast av de räta linjerna:

$$3y = x,\ y = 3x,\ y = 4-5x \text{ och } y = 4-x.$$

Problem 8:
Beräkna (3p)

$$\int_C z^2dx + xdy,$$

där C är kurvan som är snittet av halvsfären
$x^2+y^2+z^2=4$, $z \geq 0$ med cylindern $x^2+y^2=2x$
motursorienterad, om man tittar från origo.

LYCKA TILL!!!