Karlstads universitet
Matematik

Tentamen i matematik, MAB200, 103, 104
ANALYS B1, 5 poäng
2005-03-21, ~~kl. 14.00-19.00~~

Med lösningar

Lärare: Sorina Barza, tel. 700 1888
Hjälpmedel: Miniräknare (ej symbolhanterande) samt bifogad formelsamling. Max: 24 poäng. Godkänd 12 poäng.

1. Härled tangentplanetsekvation till ytan $z = f(x, y)$ i punkten (a, b). 3p

2. (a) Visa att gränsvärdet
$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{(x-y)^2}{x^2+y^2}$$
inte existerar. 1p

   (b) Visa att
$$x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y} = u\frac{\partial z}{\partial u} + 2v\frac{\partial z}{\partial v}$$
om $u = x + y$ och $v = x^2 + y^2$. 2p

3. Beräkna vinkeln mellan normalerna till ytorna $xy + yz - 4xz = 0$ och $3z^2 - 5x + y = 0$ i punkten $(1, 2, 1)$. 3p

4. Bestäm det största och minsta värdet som funktionen $f(x, y) = x^2 - y^2 + 4y$ antar på området $\{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 9, y \geq 1\}$. 3p

5. Beräkna dubbelintegralen
$$\int_0^4 \left(\int_{\sqrt{y}}^2 \cos x^3 dx \right) dy.$$
2p

6. Beräkna
$$\iiint_K \frac{1}{1+z^2} dxdydz,$$
där K är kroppen begränsad av planet $z = 1$ och paraboloiden $z = x^2 + y^2$. 3p

7. Beräkna linjeintegralen $\int_\Gamma xdx + ydy + zdz$ längst kurvan $\Gamma : (x, y, z) = (t\cos t, t\sin t, t)$ från punkten $(0, 0, 0)$ till $(-\pi, 0, \pi)$. 2p

8. (a) Beräkna ytintegralen $\iint\limits_{Y} F \cdot N dS$ då $F = (y, -x, z)$ och Y ges av $z = 1 - x^2 - y^2$, $x \geq 0, y \geq 0$ och $z \geq 0$. Enhetsnormalen har positiv $z-$komponent. 2p

(b) Beräkna ytintegralen $\iint\limits_{Y} \frac{1}{\sqrt{2+3x^2+3y^2-z}} dS$ då Y är samma yta som i a). 1p

9 ~~8~~. Visa att $\iint\limits_{x^2+y^2 \leq 1} f(x^2 + y^2) dx dy = \pi \int_0^1 f(x) dx$ om f är en kontinuerlig funktion av en variabel. 2p